# Sommario

La macchina calcola la differenza tra due numeri in notazione binaria A e B e verifica che sia uguale a C, scritti nel nastro in questo modo:

f(A,B,C)=

Come risultato, nel nastro ci sarà scritto:

risultato

Dove risultato è uguale a 1 se la differenza tra A e B è uguale a C, 0 altrimenti, e sarà anche 0 nel momento in cui A è minore o uguale a B e la testina deve essere posizionata sul simbolo uguale.

# Panoramica funzionamento

Per calcolare il differenza, sul primo nastro viene inserito l’input da tastiera, sul secondo si copia il primo numero e sul terzo il secondo numero.

Se A è minore di B, si scrive direttamente 0 come risultato, senza considerare il valore di C.

Invece se A è minore o uguale a B calcola la differenza binaria, e verifica che questa sia uguale a C, se è vero verrà scritto 1 sul primo nastro come risultato, altrimenti verrà scritto 0.

# Dettaglio e complessità

La testina parte da q0, scorre il primo numero e lo copia sul secondo nastro.

Si va nello stato q1, si itera sul primo nastro ma sul secondo numero. Si va nello stato q2 e si copia il numero sul terzo nastro ma all’indietro scorrendo il secondo e il terzo nastro e questo ha complessità O(n), dove n è la lunghezza del numero più lungo, se i due numeri sono uguali la lunghezza è la stessa.

Se A è minore di B nel secondo nastro avremo un carattere blank e sul terzo nastro o 0 o 1, quindi da q2 si va in q18 e si segue quel percorso dove la testina del secondo e terzo nastro non si muovono più e si cicla tutto il primo nastro fino a scrivere 0 come risultato, e questo ha complessità al più O(n), al più perché non si scriverà tutto B sul terzo nastro.

Mentre se A è maggiore o uguale a B, si continua nello stato q3 dove si itera sul secondo numero del primo nastro (ovvero B), si continua nello stato q4 dove si itera sul valore di A posto sul secondo nastro e dopo nello stato q5 che itera sul valore di B posto nel terzo nastro, e in tutto questo si arriva nello stato q6.

Nello stato q6 si effettua la differenza tra i valori senza riporto, altrimenti si va nello stato q7, dove si considera il caso 0 – 1, e si valutano tutti i riporti e si va in q8, e poi si ritorna in q6 per continuare ad eseguire la differenza, e il calcolo viene scritto sul secondo nastro.

Dopo di ciò, si va nello stato q9 che considera il caso in cui il primo numero della differenza calcolata sia zero, (per esempio: 101 – 11, la macchina scriverebbe 011), e quindi al posto di 0 si mette blank.

Poiché ci possono essere casi in cui A e B siano uguali, questo comporterebbe tutto blank sul secondo nastro, quindi dallo stato q6 si va nello stato q23, che mantiene gli zeri e si va nello stato q10.

Sia dallo stato q23 che dallo stato q9 si va nello stato q10 fino ad arrivare a q13 che itera sul primo e secondo nastro e valuta che i due numeri siano uguali e alla fine si scrive 1 sul primo nastro.

Altrimenti da q10 si va nello stato q14, questo quando il valore di C e il risultato calcolato non coincidono, e si segue il percorso fino ad arrivare allo stato q17 che mette 0 sul primo nastro.

Quindi la macchina ha complessità O(n), perché si itera contemporaneamente sul secondo e terzo nastro per calcolare la differenza.

Inoltre ogni macchina di turing multi-nastro può essere trasformata a singolo nastro con complessità O(n^2) e quindi la macchina ha complessità O(n^2).

EMANUELE PASCULLI, 21/09/2021